Électronique – Chapitre 1

Rappels d'électronique – TD

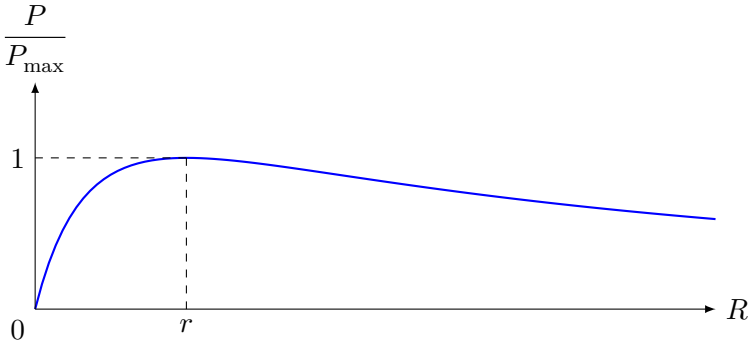
Exercice 1 : Adaptation d'impédance

Une résistance variable R est alimentée par un générateur réel de force électromotrice E et de résistance interne r.

1. Exprimer la puissance P reçue par la résistance R en fonction de E et des deux résistances.
2. Déterminer la résistance R telle que cette puissance soit maximale, puis en déduire la puissance $P_{\max}$ correspondante.
3. Représenter schématiquement l'allure du rapport $\dfrac{P}{P_{\max}}$ en fonction de R.

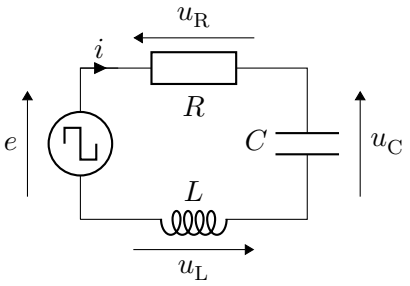
Correction :

1. La puissance reçue par la résistance est : $P = R\,i^2$, avec $E - r\,i = R\,i$, soit : $i = \dfrac{E}{r+R}$, d'où : $P = \dfrac{R\,E^2}{(r+R)^2}$.
2. Cette puissance est maximale si $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}R} = 0$, avec $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}R} = E^2\dfrac{(r+R)^2 - 2\,(r+R)\,R}{(r+R)^4} = E^2\dfrac{r^2-R^2}{(r+R)^4} = \dfrac{E^2\,(r-R)}{(r+R)^3}$, d'où on en déduit : $R = r$.
   Pour vérifier qu'il s'agit d'un maximum, on exprime la dérivée seconde : $\dfrac{\mathrm{d}^2P}{\mathrm{d}R^2} = E^2\dfrac{-(r+R)^3 - 3\,(r+R)^2\,(r-R)}{(r+R)^6}$, d'où : $\dfrac{\mathrm{d}^2P}{\mathrm{d}R^2}(R=r) = -\dfrac{E^2}{(2\,r)^3} < 0$, il s'agit donc bien d'un maximum en $R = r$.
   On en déduit : $P_{\max} = P(R=r) = \dfrac{E^2}{4\,r}$.
3. On exprime le rapport : $\dfrac{P}{P_{\max}} = \dfrac{4\,r\,R}{(r+R)^2}$, puis on représente son allure :



Exercice 2 : Circuit RLC soumis à un échelon de tension

On considère le circuit RLC ci-dessous où un générateur de tension délivre une tension $e(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < 0 \\ E & \text{pour } t \geqslant 0 \end{cases}$.



1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ pour $t \geqslant 0$.
2. En déduire l'expression de $u_C(t)$ dans le cas où un régime pseudo-périodique s'établit.
3. Déterminer l'énergie $\mathcal{E}$ fournie par le générateur jusqu'à l'établissement du régime stationnaire.
4. Déterminer l'énergie $\mathcal{E}_C$ stockée par le condensateur en régime stationnaire.
5. Déterminer l'énergie $\mathcal{E}_L$ stockée dans la bobine en régime stationnaire.
6. En déduire l'énergie $\mathcal{E}_R$ dissipée par la résistance à l'aide d'un bilan énergétique.

Correction :

1. Pour $t \geqslant 0$, la loi des mailles donne : $E = u_R + u_C + u_L = R\,i + u_C + L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = R\,C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C + L\,C\,\dfrac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}$.
En posant la pulsation propre $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{L\,C}}$ et le facteur de qualité $Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$, on obtient l'équation différentielle : $\dfrac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{\omega_0}{Q}\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2\,u_C = \omega_0^2\,E$.

2. Si un régime pseudo-périodique s'établit, la solution homogène est de la forme :
$u_{C,h}(t) = \mathrm{e}^{-\frac{\omega_0}{2Q}\,t}\,[A\cos(\omega\,t) + B\sin(\omega\,t)]$, avec $\omega = \omega_0\sqrt{1 - \dfrac{1}{4\,Q^2}}$ la pseudo-pulsation, et A et B des constantes.
La solution particulière est : $u_{C,p} = E$.
La solution générale est donc : $u_C(t) = \mathrm{e}^{-\frac{\omega_0}{2Q}\,t}\,[A\cos(\omega\,t) + B\sin(\omega\,t)] + E$.
Comme la tension évolue de façon continue aux bornes d'un condensateur, on a : $u_C(t=0) = 0 = A + E$, d'où : $A = -E$.
Comme l'intensité traversant une bobine évolue de façon continue, on a : $i(t=0) = 0 = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(t=0)$, avec : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{\omega_0}{2\,Q}\,\mathrm{e}^{-\frac{\omega_0}{2Q}\,t}\,[A\cos(\omega\,t) + B\sin(\omega\,t)] + \mathrm{e}^{-\frac{\omega_0}{2Q}\,t}\,[-\omega\,A\sin(\omega\,t) + \omega\,B\cos(\omega\,t)]$, soit : $0 = C\left[-\dfrac{\omega_0}{2\,Q}\,A + \omega\,B\right]$, d'où : $B = -\dfrac{\omega_0\,E}{2\,Q\,\omega} = -\dfrac{E}{\sqrt{4\,Q^2 - 1}}$.
On en déduit finalement : $u_C(t) = E - E\,\mathrm{e}^{-\frac{\omega_0}{2Q}\,t}\left[\cos(\omega\,t) + \dfrac{1}{\sqrt{4\,Q^2-1}}\sin(\omega\,t)\right]$.

3. L'énergie fournie par le générateur est : $\mathcal{E} = \displaystyle\int_0^\infty E\,i\,\mathrm{d}t = \int_0^\infty E\,C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t = E\,C\,[u_C]_0^E = C\,E^2$.

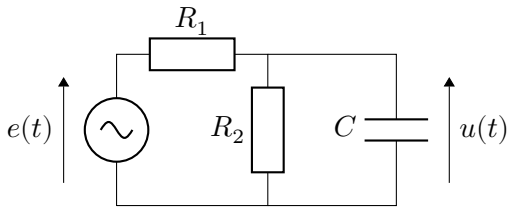
4. L'énergie stockée dans le condensateur est : $\mathcal{E}_C = \displaystyle\int_0^\infty \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{1}{2}\,C\,u_C^2\right)\mathrm{d}t = \left[\dfrac{1}{2}\,C\,u_C^2\right]_0^E = \dfrac{1}{2}\,C\,E^2$.

5. L'énergie stockée dans la bobine est : $\mathcal{E}_L = \displaystyle\int_0^\infty \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{1}{2}\,L\,i^2\right)\mathrm{d}t = \left[\dfrac{1}{2}\,L\,i^2\right]_0^0 = 0$.

6. L'énergie dissipée par la résistance peut être déduite par le bilan énergétique : $\mathcal{E}_R = \mathcal{E} - \mathcal{E}_C - \mathcal{E}_L = \dfrac{1}{2}\,C\,E^2$.

Exercice 3 : Expression d'une tension en régime sinusoïdal forcé

On considère le circuit électrique ci-dessous.



Le générateur de tension délivre une tension de la forme :

$$e(t) = E\cos(\omega t)\,.$$

1. Exprimer l'impédance équivalente à la résistance R_2 et à la capacité C.
2. Exprimer l'amplitude complexe de la tension $\underline{u}$ en fonction de E et des différents composants du circuit.
3. En déduire l'expression de la tension réelle $u(t)$.
4. Cette tension présente-t-elle une résonance ?

Correction :

1. L'impédance équivalente $\underline{Z}_{\text{éq}}$ s'exprime telle que : $\dfrac{1}{\underline{Z}_{\text{éq}}} = \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{1/\mathrm{j}C\omega}$, d'où : $\underline{Z}_{\text{éq}} = \dfrac{R_2}{1+\mathrm{j}\,C\,R_2\,\omega}$.

2. En représentation complexe, le pont diviseur de tension donne : $\underline{u} = \dfrac{\underline{Z}_{\text{éq}}}{R_1+\underline{Z}_{\text{éq}}}\,\underline{e} = \dfrac{1}{\frac{R_1}{\underline{Z}_{\text{éq}}}+1}\,\underline{e} = \dfrac{1}{1+\frac{R_1}{R_2}+\mathrm{j}\,C\,R_1\,\omega}\,\underline{e}$.

On en déduit l'amplitude complexe : $\underline{U} = \dfrac{1}{1+\frac{R_1}{R_2}+\mathrm{j}\,C\,R_1\,\omega}\,E$.

3. Le module de l'amplitude complexe est : $U = \dfrac{1}{\sqrt{\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)^2+(C\,R_1\,\omega)^2}}\,E$.

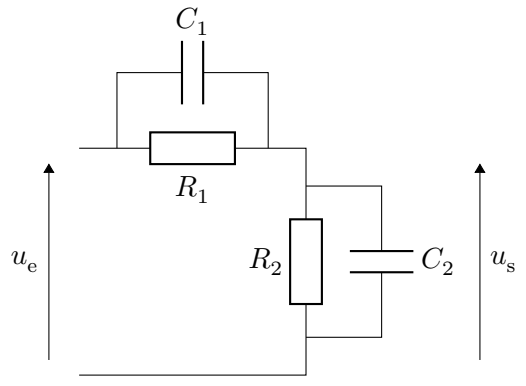
En multipliant l'amplitude complexe par le conjugué complexe de son dénominateur, on peut l'exprimer : $\underline{U} = \dfrac{1+\frac{R_1}{R_2}-\mathrm{j}\,C\,R_1\,\omega}{\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)^2+(C\,R_1\,\omega)^2}\,E$, d'où on en déduit sa phase : $\varphi = \arctan\left(-\dfrac{C\,R_1\,\omega}{1+\frac{R_1}{R_2}}\right)$.

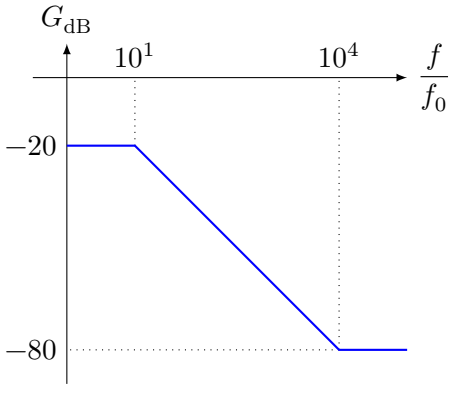
La tension réelle est alors : $u(t) = U\cos(\omega t+\varphi) = \dfrac{E}{\sqrt{\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)^2+(C\,R_1\,\omega)^2}}\cos\left[\omega t - \arctan\left(\dfrac{C\,R_1\,\omega}{1+\frac{R_1}{R_2}}\right)\right]$.

4. L'amplitude de la tension est maximale lorsque $\omega = 0$, elle ne présente donc pas de résonance.

Exercice 4 : Filtre RC double

On étudie le filtre ci-dessous, dont le diagramme de Bode en gain est représenté schématiquement avec $f_0 = 10\,\text{Hz}$.





1. Exprimer la fonction de transfert du filtre.
2. Sachant que $R_1 = 90\,\text{k}\Omega$ et $C_1 = 100\,\text{nF}$, déterminer R_2 et C_2 à partir du comportement du filtre à basse fréquence et à haute fréquence.

3. Quel est le comportement du filtre dans la plage de fréquence comprise entre 100 Hz et 100 kHz ?

4. Déterminer l'amplitude de la tension en sortie pour une tension d'entrée sinusoïdale d'amplitude $U_e = 10\,\text{V}$ et de fréquence $f_e = 1\,\text{kHz}$.

Correction :

1. On exprime les impédances équivalentes : $\underline{Z}_1 = \dfrac{1}{\frac{1}{R_1} + \text{j}\,C_1\,\omega} = \dfrac{R_1}{1 + \text{j}\,R_1\,C_1\,\omega}$ et $\underline{Z}_2 = \dfrac{1}{\frac{1}{R_2} + \text{j}\,C_2\,\omega} = \dfrac{R_2}{1 + \text{j}\,R_2\,C_2\,\omega}$.

Le pont diviseur de tension donne alors : $\underline{u}_s = \dfrac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\,\underline{u}_e = \dfrac{\frac{R_2}{1+\text{j}\,R_2\,C_2\,\omega}}{\frac{R_1}{1+\text{j}\,R_1\,C_1\,\omega} + \frac{R_2}{1+\text{j}\,R_2\,C_2\,\omega}}\,\underline{u}_e$, d'où la fonction de transfert du filtre : $\underline{H} = \dfrac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = \dfrac{\frac{R_2}{1+\text{j}\,R_2\,C_2\,\omega}}{\frac{R_1}{1+\text{j}\,R_1\,C_1\,\omega} + \frac{R_2}{1+\text{j}\,R_2\,C_2\,\omega}}$.

2. À basse fréquence ($\omega \to 0$), on a : $\underline{H} \approx \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}$, d'où un gain en décibels : $G_{\text{dB}} = 20\log|\underline{H}| = 20\log\left(\dfrac{R_2}{R_1 + R_2}\right)$. On lit sur le diagramme de Bode : $G_{\text{dB}} = -20\,\text{dB}$, d'où : $20\log\left(\dfrac{R_2}{R_1 + R_2}\right) = -20$, soit : $\dfrac{R_2}{R_1 + R_2} = 10^{-1}$, et on en déduit : $R_2 = \dfrac{0{,}1}{0{,}9}\,R_1 = 10\,\text{k}\Omega$.

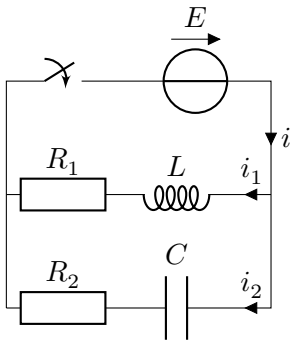
À haute fréquence ($\omega \to +\infty$), on a : $\underline{H} \approx \dfrac{\frac{R_2}{\text{j}\,R_2\,C_2\,\omega}}{\frac{R_1}{\text{j}\,R_1\,C_1\,\omega} + \frac{R_2}{\text{j}\,R_2\,C_2\,\omega}} = \dfrac{C_1}{C_1 + C_2}$, d'où un gain en décibels : $G_{\text{dB}} = 20\log|\underline{H}| = 20\log\left(\dfrac{C_1}{C_1 + C_2}\right)$. On lit sur le diagramme de Bode : $G_{\text{dB}} = -80\,\text{dB}$, d'où : $20\log\left(\dfrac{C_1}{C_1 + C_2}\right) = -80$, soit : $\dfrac{C_1}{C_1 + C_2} = 10^{-4}$, et on en déduit : $C_2 = \dfrac{0{,}9999}{0{,}0001}\,C_1 = 1{,}0\,\text{mF}$.

3. Dans la plage de fréquence comprise entre 100 Hz et 100 kHz, le gain en décibels diminue de 20 dB/décade sur le diagramme de Bode, ce qui correspond à un comportement intégrateur pour le filtre.

4. On lit sur le diagramme de Bode que le gain en décibels à cette fréquence est : $G_{\text{dB}}\left(\dfrac{f_e}{f_0}\right) = -40\,\text{dB}$, soit : $20\log\left(\dfrac{U_s}{U_e}\right) = -40$, et on en déduit l'amplitude de la tension en sortie : $U_s = 10^{-2}\,U_s = 0{,}10\,\text{V}$.

Exercice 5 : Circuits RL et RC en parallèle

On ferme l'interrupteur du circuit ci-contre à l'instant $t = 0$, sachant qu'il est alimenté par une tension E constante.



1. Déterminer l'expression de l'intensité $i_1(t)$ pour $t > 0$.

2. Déterminer l'expression de l'intensité $i_2(t)$ pour $t > 0$.

On donne les valeurs : $L = 1\,\text{mH}$ et $C = 1\,\text{nF}$.

3. Pour quelles valeurs de R_1 et R_2 l'intensité i est-elle constante au cours du temps ?

Correction :

1. Pour la maille du haut, la loi des mailles donne : $E = u_L + u_{R_1} = L\,\dfrac{\text{d}i_1}{\text{d}t} + R_1\,i_1$.

En posant $\tau_1 = \dfrac{L}{R_1}$, on obtient l'équation différentielle : $\dfrac{\text{d}i_1}{\text{d}t} + \dfrac{i_1}{\tau_1} = \dfrac{E}{L}$.

La solution est de la forme : $i_1(t) = A_1\,\text{e}^{-t/\tau_1} + \dfrac{E}{R_1}$, avec A_1 une constante que l'on détermine sachant

que l'intensité dans la bobine varie de façon continue, soit : $i_1(0) = 0 = A_1 + \dfrac{E}{R_1}$, d'où : $A_1 = -\dfrac{E}{R_1}$.

On obtient donc : $i_1(t) = \dfrac{E}{R_1}\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau_1}\right)$.

2. Pour la grande maille, la loi des mailles donne : $E = u_\mathrm{C} + u_{\mathrm{R}_2} = u_\mathrm{C} + R_2\, i_2$, soit en dérivant : $0 = \dfrac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t} + R_2\,\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$, avec $i_2 = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t}$, d'où : $0 = \dfrac{i_2}{C} + R_2\,\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$.

En posant $\tau_2 = R_2\,C$, on obtient l'équation différentielle : $\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + \dfrac{i_2}{\tau_2} = 0$.

La solution est de la forme : $i_2(t) = A_2\,\mathrm{e}^{-t/\tau_2}$, avec A_2 une constante que l'on détermine sachant que : $i_2(0) = A_2 = i(0) - i_1(0)$ d'après la loi des mailles, avec $i_1(0) = 0$ et $i(0) = \dfrac{E}{R_2}$ comme $u_\mathrm{C}(0) = 0$ puisque la tension aux bornes du condensateur varie de façon continue, d'où : $A_2 = \dfrac{E}{R_2}$.

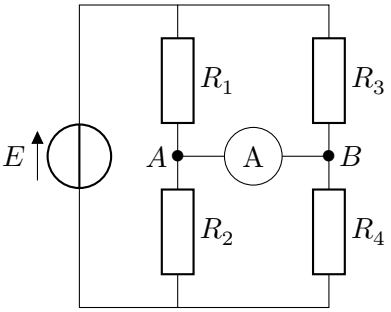
On obtient donc : $i_2(t) = \dfrac{E}{R_2}\mathrm{e}^{-t/\tau_2}$.

3. On exprime : $i(t) = i_1(t) + i_2(t) = \dfrac{E}{R_1}\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau_1}\right) + \dfrac{E}{R_2}\mathrm{e}^{-t/\tau_2}$.

Cette intensité est constante au cours du temps si : $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$, avec $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1}{\tau_1}\,\dfrac{E}{R_1}\,\mathrm{e}^{-t/\tau_1} - \dfrac{1}{\tau_2}\,\dfrac{E}{R_2}\mathrm{e}^{-t/\tau_2}$, il faut alors que : $\dfrac{1}{\tau_1}\,\dfrac{E}{R_1} = \dfrac{1}{\tau_2}\,\dfrac{E}{R_2}$ et $\tau_1 = \tau_2$, d'où : $R_1 = R_2 = \sqrt{\dfrac{L}{C}} = 1\,\mathrm{k\Omega}$.

Exercice 6 : Pont de Wheatstone

Le circuit ci-dessous est un pont de Wheatstone, où l'ampèremètre peut être modélisé du point de vue électrique comme une résistance.



On dit que le pont est équilibré lorsque le courant traversant l'ampèremètre est nul.

1. Déterminer la relation entre les quatre résistances lorsque le pont est équilibré.

On considère dans la suite que $R_2 = R_3 = R_4$, et que la résistance R_1 est une thermistance, c'est-à-dire que sa valeur dépend de la température T (en °C) suivant la loi :

$$R_1(T) = R_0\,(1 + \alpha\,T)$$

avec R_0 une constante et $\alpha = 1{,}0.10^{-3}\,^\circ\mathrm{C}^{-1}$.

2. Sachant que le pont est équilibré lorsque $T = 0°\mathrm{C}$, déterminer l'expression de R_2 en fonction de R_0.

On remplace maintenant l'ampèremètre par un voltmètre idéal, dont la résistance est infinie.

3. Montrer que la tension mesurée par le voltmètre peut s'exprimer :

$$U_{AB} = -\frac{\alpha\,T\,E}{2\,(2 + \alpha\,T)}.$$

4. Simplifier cette expression pour le cas des températures usuelles ($T \approx 20°\mathrm{C}$), puis en déduire l'intérêt de ce montage.

5. Déterminer la température si on mesure $U_{AB} = -45\,\mathrm{mV}$ pour une tension $E = 10\,\mathrm{V}$.

Correction :

1. Le pont est équilibré si $U_{AB} = 0$, la loi des mailles pour la maille du haut implique alors : $U_1 = U_3$, avec $U_1 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}\,E$ et $U_3 = \dfrac{R_3}{R_3 + R_4}\,E$ par les ponts diviseurs de tension comme aucun courant ne traverse l'ampèremètre, soit : $\dfrac{R_1}{R_1 + R_2} = \dfrac{R_3}{R_3 + R_4}$, d'où : $R_1\,R_4 = R_2\,R_3$.

2. Lorsque $T = 0°\text{C}$, on obtient : $R_1 = R_0$, et l'équilibre du pont donne : $R_0\,R_2 = R_2\,R_2$, d'où : $R_2 = R_0$.

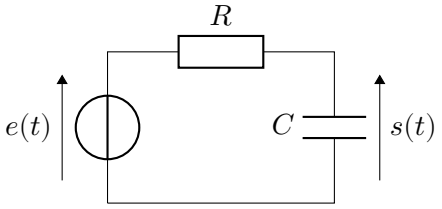
3. La loi des mailles pour la maille du haut donne : $U_3 = U_1 + U_{AB}$, soit : $U_{AB} = U_3 - U_1$, avec $U_1 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}\,E$ et $U_3 = \dfrac{R_3}{R_3 + R_4}\,E$ comme aucun courant ne traverse le voltmètre d'impédance infinie, d'où : $U_{AB} = \left(\dfrac{R_3}{R_3 + R_4} - \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}\right)E = \left(\dfrac{R_2}{R_2 + R_2} - \dfrac{R_2\,(1 + \alpha\,T)}{R_2\,(1 + \alpha\,T) + R_2}\right)E = \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{1 + \alpha\,T}{2 + \alpha\,T}\right)E = -\dfrac{\alpha\,T\,E}{2\,(2 + \alpha\,T)}$.

4. Pour des températures $T \approx 20°\text{C}$, on a : $\alpha\,T \ll 1$, d'où : $U_{AB} \approx -\dfrac{\alpha\,T\,E}{4}$.
Comme U_{AB} est proportionnelle à T, la mesure de tension permet ainsi de remonter facilement à la température.

5. On calcule : $T = -\dfrac{4\,U_{AB}}{\alpha\,E} = 18°\text{C}$.

Exercice 7 : Tension sinusoïdale et tension créneau

On étudie le circuit électrique représenté ci-dessous.



On considère dans un premier temps que le générateur fournit une tension sinusoïdale qui s'exprime :

$$e(t) = E\cos(\omega\,t)\,.$$

En régime stationnaire, la tension aux bornes du condensateur peut alors s'exprimer de la forme :

$$s(t) = S\cos(\omega\,t + \varphi)\,.$$

1. Déterminer les expressions de S et φ.

On considère maintenant que le générateur fournit une tension créneau comprise entre 0 et E de période T. En régime stationnaire, la tension aux bornes du condensateur évolue alors de façon périodique entre les valeurs $S_{\min}$ et $S_{\max}$.

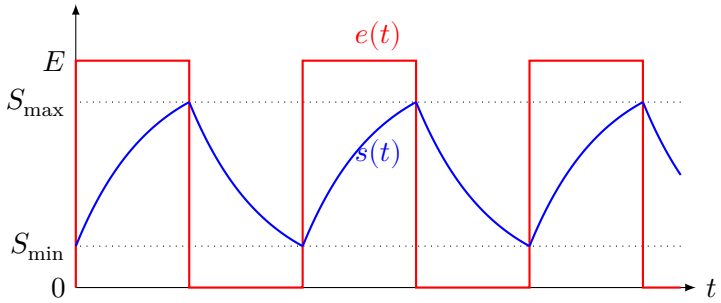
2. Représenter graphiquement l'allure les tensions $e(t)$ et $s(t)$ sur quelques périodes.

3. Déterminer les expressions de $S_{\min}$ et $S_{\max}$.

Correction :

1. En représentation complexe, le pont diviseur de tension donne : $\underline{s} = \dfrac{\frac{1}{\mathrm{j}\,C\,\omega}}{R + \frac{1}{\mathrm{j}\,C\,\omega}}\,\underline{e} = \dfrac{1}{1 + \mathrm{j}\,R\,C\,\omega}\,\underline{e}$, soit avec les amplitudes complexes : $S\exp(\mathrm{j}\,\varphi) = \dfrac{1}{1 + \mathrm{j}\,R\,C\,\omega}\,E$.
On obtient en module : $S = \dfrac{E}{\sqrt{1 + R^2\,C^2\,\omega^2}}$.
On obtient en argument : $\varphi = \arg(1) - \arg(1 + \mathrm{j}\,R\,C\,\omega) = -\arctan(R\,C\,\omega)$.

2. En régime stationnaire, la tension aux bornes du condensateur est une succession de charge et de décharge. On peut alors représenter graphiquement l'allure les tensions $e(t)$ et $s(t)$ sur quelques périodes :



3. En supposant que la tension $e(t)$ passe de 0 à E à l'instant $t = 0$, le condensateur se charge en vérifiant la loi des mailles : $E = R\,i(t) + s(t) = R\,C\,\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + s(t)$, d'où l'équation différentielle : $\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + \dfrac{s(t)}{R\,C} = E$. Sa solution est de la forme : $s(t) = A\exp\left(-\dfrac{t}{R\,C}\right) + E$, avec A une constante que l'on détermine à l'aide de la condition initiale : $s(t=0) = S_{\min} = A + E$, d'où : $A = S_{\min} - E$, et on obtient finalement : $s(t) = (S_{\min} - E)\exp\left(-\dfrac{t}{R\,C}\right) + E$. À l'instant $t = \dfrac{T}{2}$, on obtient une première relation : $s\left(t = \dfrac{T}{2}\right) = S_{\max} = (S_{\min} - E)\exp\left(-\dfrac{T}{2\,R\,C}\right) + E$.

Lorsque la tension $e(t)$ passe de E à 0 à l'instant $t = \dfrac{T}{2}$, le condensateur se décharge en vérifiant la loi des mailles : $0 = R\,i(t) + s(t) = R\,C\,\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + s(t)$, d'où l'équation différentielle : $\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + \dfrac{s(t)}{R\,C} = 0$. Sa solution est de la forme : $s(t) = B\exp\left(-\dfrac{t}{R\,C}\right)$, avec B une constante que l'on détermine à l'aide de la condition initiale : $s\left(t = \dfrac{T}{2}\right) = S_{\max} = B\exp\left(-\dfrac{T}{2\,R\,C}\right)$, d'où : $B = S_{\max}\exp\left(\dfrac{T}{2\,R\,C}\right)$, et on obtient finalement : $s(t) = S_{\max}\exp\left(\dfrac{T - 2\,t}{2\,R\,C}\right)$. À l'instant $t = T$, on obtient une seconde relation : $s(t = T) = S_{\min} = S_{\max}\exp\left(-\dfrac{T}{2\,R\,C}\right)$.

La résolution de ce système de deux équations permet d'obtenir : $S_{\max} = \dfrac{E\left[1 - \exp\left(-\frac{T}{2\,R\,C}\right)\right]}{1 - \exp\left(-\frac{T}{R\,C}\right)} = \dfrac{E}{1 + \exp\left(-\frac{T}{2\,R\,C}\right)}$ et $S_{\min} = \dfrac{E\exp\left(-\frac{T}{2\,R\,C}\right)}{1 + \exp\left(-\frac{T}{2\,R\,C}\right)}$.